



Illustrierende Aufgaben zum **LehrplanPLUS G9**

Gymnasium, Fach Mathematik, Jahrgangsstufe 9

Hitze(-frei?)

Modellieren mit quadratischen Funktionen

Jahrgangsstufe: 9	Fach/Fächer: Ma- thematik	Übergreifende Bil- dungs- und Erzie- hungsziele: Bil- dung für Nachhal- tige Entwicklung	Zeiträumen: ca. 2 Unterrichtsstun- den	Benötigtes Ma- terial: Aufgaben 1-3 Materialien M1- M7
----------------------	------------------------------	--	--	--

Kompetenzerwartungen

ERKENNEN: Die Schülerinnen und Schüler...

- ... beschaffen Informationen zu Fragen der Globalisierung und Entwicklung - hier zur globalen Temperaturentwicklung der letzten Jahre - und verarbeiten sie themenbezogen.
- ... analysieren mathematisch-fachlich Globalisierungs- und Entwicklungsprozesse mithilfe des Leitbildes der nachhaltigen Entwicklung.

BEWERTEN: Die Schülerinnen und Schüler ...

- ... beziehen zu Globalisierungs- und Entwicklungsfragen kritisch reflektiert Stellung und sich orientieren sich dabei an der internationalen Konsensbildung, am Leitbild nachhaltiger Entwicklung und an den Menschenrechten.
- ... erarbeiten Ansätze zur Beurteilung von Entwicklungsmaßnahmen (bei uns und in anderen Teilen der Welt) unter Berücksichtigung unterschiedlicher Interessen und Rahmenbedingungen und kommen zu eigenständigen Bewertungen.

HANDELN: Die Schülerinnen und Schüler

- ... erkennen Bereiche persönlicher Mitverantwortung für Mensch und Umwelt und nehmen sie als Herausforderung an.
- ... sichern die gesellschaftliche Handlungsfähigkeit im globalen Wandel vor allem im persönlichen und beruflichen Bereich durch Offenheit und Innovationsbereitschaft sowie durch eine angemessene Reduktion von Komplexität und ertragen die Ungewissheit offener Situationen im Hinblick auf nachhaltige Entwicklung.



Aufgabe 1

Immer wieder hört man davon, dass der letzte Sommer einer der heißesten aller Zeiten war. Und dies kommt uns vielleicht nicht nur so vor, sondern stimmt tatsächlich:

„Der Copernicus Climate Change Service (C3S) hat bestätigt, das[s] der vergangene Juli der heißeste seit Beginn der Aufzeichnungen war. Weltweit belief sich die Oberflächenlufttemperatur auf rund 17 Grad. Damit war der vergangene Monat 1,5 Grad wärmer als die Durchschnittstemperatur der Jahre 1850 bis 1900. Das heißt, dass in diesem Zeitraum der im Pariser Abkommen festgelegte Grenzwert überschritten wurde.“

Quelle: <https://de.statista.com/infografik/30616/durchschnittliche-weltweite-oberflaechenlufttemperatur-im-juli/>

Wenn es immer heißer wird, müsste es aber doch auch eigentlich öfter Hitzefrei geben und wir können bei Sonnenschein am Badeseen oder im Schwimmbad entspannen... Klingt also eigentlich gar nicht so schlecht – oder etwa nicht?

- 1.1 Stelle mithilfe von der Abbildung **Material 1** einen Funktionsterm auf, der die durchschnittliche weltweite Oberflächentemperatur (in Grad Celsius) in Abhängigkeit der Zeit seit 1940 (in Jahren) passend beschreibt. Erläutere Annahmen, die du hierbei triffst, nachvollziehbar.
- 1.2 Überprüfe (und variiere bei Bedarf) deinen ermittelten Funktionsterm aus Teilaufgabe 1.1 mithilfe dynamischer Geometriesoftware. Eine passende Datei findest du beim Scannen des [QR-Codes](#). 
- 1.3 Diskutiere Grenzen des Modells.
- 1.4 Kerstin wirft ein: „Dass es im Juli über die Jahre hinweg immer heißer wird, hat immerhin etwas Gutes: Es gibt mehr Hitzefrei!“

Recherchiere, ab welcher Temperatur es in Bayern Hitzefrei gibt und nimm begründet Stellung zu Kerstins Aussage. Beziehe in deiner Argumentation weitere Vor- und Nachteile der gestiegenen Temperaturen mit ein.
- 1.5 Im Rahmen der 21. UN-Klimakonferenz 2015 wurde beschlossen, dass der Anstieg der durchschnittlichen Erdtemperatur deutlich unter 2 °C über dem vorindustriellen Niveau gehalten werden soll und Anstrengungen unternommen werden, um den Temperaturanstieg auf 1,5 °C zu begrenzen, siehe Link zur Homepage von „Alle Schweizer Bundesbehörden“ ¹

Berechne mithilfe des Funktionsterms aus Teilaufgabe 1.1 und den Informationen aus dem einleitenden Text, in welchem Jahr das 1,5°-Ziel und das 2°-Ziel im Juli scheitern werden, wenn sich die Entwicklung der durchschnittlichen Oberflächentemperatur so fortsetzt, wie in deinem Modell angenommen.

¹ Quelle: <https://www.fedlex.admin.ch/eli/cc/2017/619/de#a2>



Illustrierende Aufgaben zum **LehrplanPLUS G9**

Gymnasium, Fach Mathematik, Jahrgangsstufe 9

- 1.6 Weshalb kommt es überhaupt zum Temperaturanstieg? Recherchiere Gründe.
- 1.7 Was können wir persönlich tun, um den Temperaturanstieg aufzuhalten? Erläutere und diskutiere Maßnahmen!

Aufgabe 2

Um eine korrekte Aussage darüber zu treffen, ob das 1,5°-Ziels gescheitert ist, genügt es natürlich nicht, nur die Temperaturen des Monats Juli zu betrachten. Vielmehr müssen die globalen Durchschnittstemperaturen eines ganzen Jahres betrachtet werden. Sucht man im Internet nach einer globalen Durchschnittstemperatur, so fällt die Suche danach durchaus schwer. In der Klimawissenschaft wird in der Regel keine globale Durchschnittstemperatur angegeben, sondern der Temperaturanstieg der durchschnittlichen Erdtemperatur. Klimaskeptiker und Leugner nutzen dies oft als Argument gegen den menschengemachten Klimawandel oder werfen den Klimaforschern vor etwas zu verheimlichen, siehe Link von quarks²

2.1 Überlege und recherchiere Gründe dafür, warum in der Forschung die Angabe einer globalen Durchschnittstemperatur vermieden wird.

2.2 Stelle mithilfe der Abbildung in **Material 2** einen weiteren Funktionsterm auf, der die Änderung der globalen Oberflächentemperatur (in Grad Celsius) in Abhängigkeit von der Zeit (in Jahren) seit 1850 beschreibt. Nutze hierfür bei Bedarf auch die Daten hinter dem [QR-Code](#) oder Link zur Homepage von [statista](#).



2.3 Beurteile die Passung deines Funktionsterms auch unter Zuhilfenahme der GeoGebra-Animation hinter dem [QR-Code](#) oder folgendem Link zur Homepage von [statista](#).



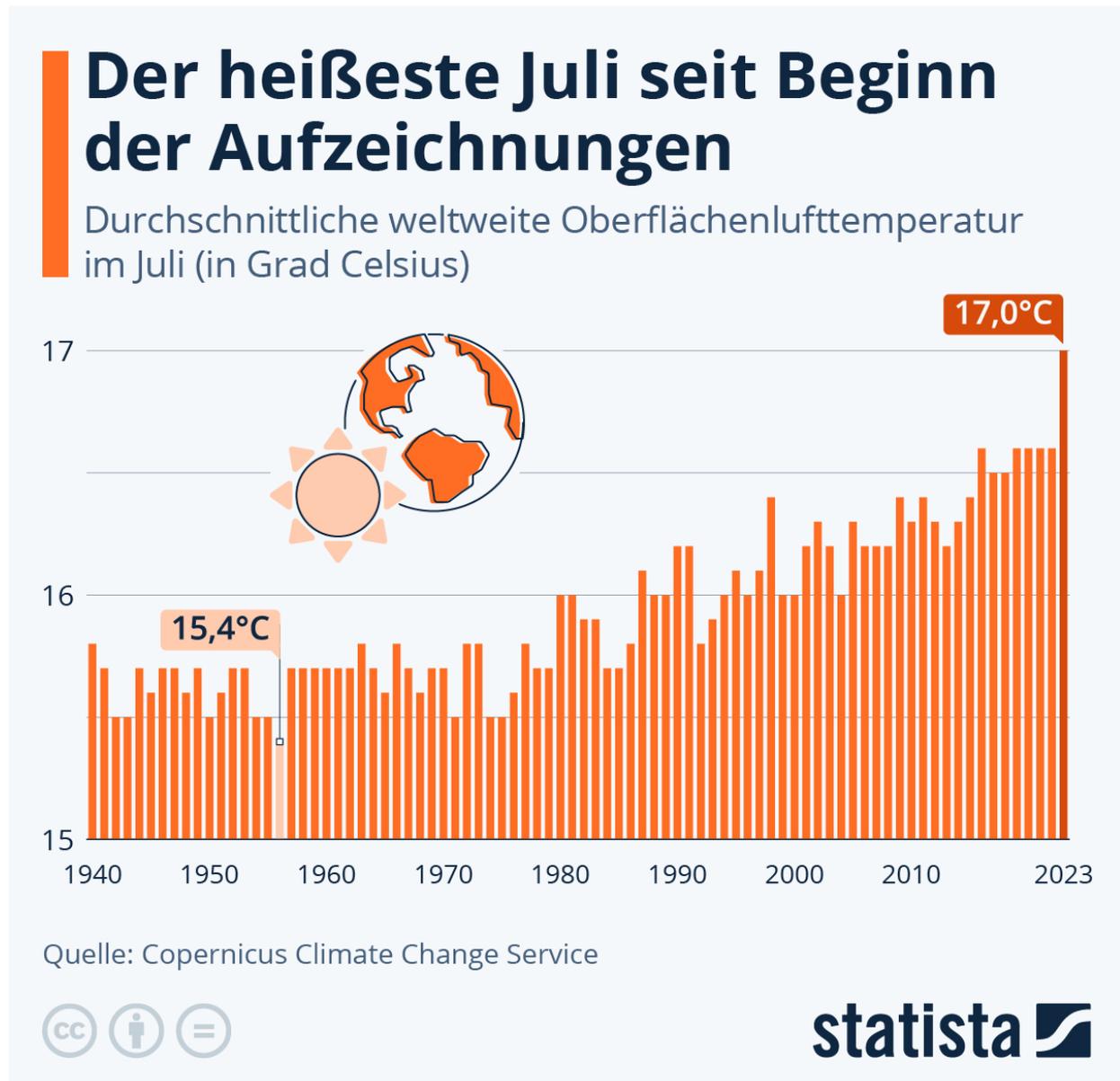
Aufgabe 3: Zum Weiterdenken

Bisher haben wir zur Untersuchung der Temperatur globale Durchschnittswerte betrachtet. Die Temperatur entwickelt sich allerdings in unterschiedlichen Teilen der Erde unterschiedlich stark. Erläutere, welche unterschiedlichen Probleme sich dadurch in den verschiedenen Regionen ergeben. Nutze dafür das Material **M3 – M7** und/oder recherchiere im Internet.

² Quelle: <https://www.quarks.de/umwelt/klimawandel/warum-die-angabe-einer-globalen-durchschnitts-temperatur-unsinnig-ist/>

Material

M1 Durchschnittliche weltweite Oberflächenlufttemperatur im Juli 2023

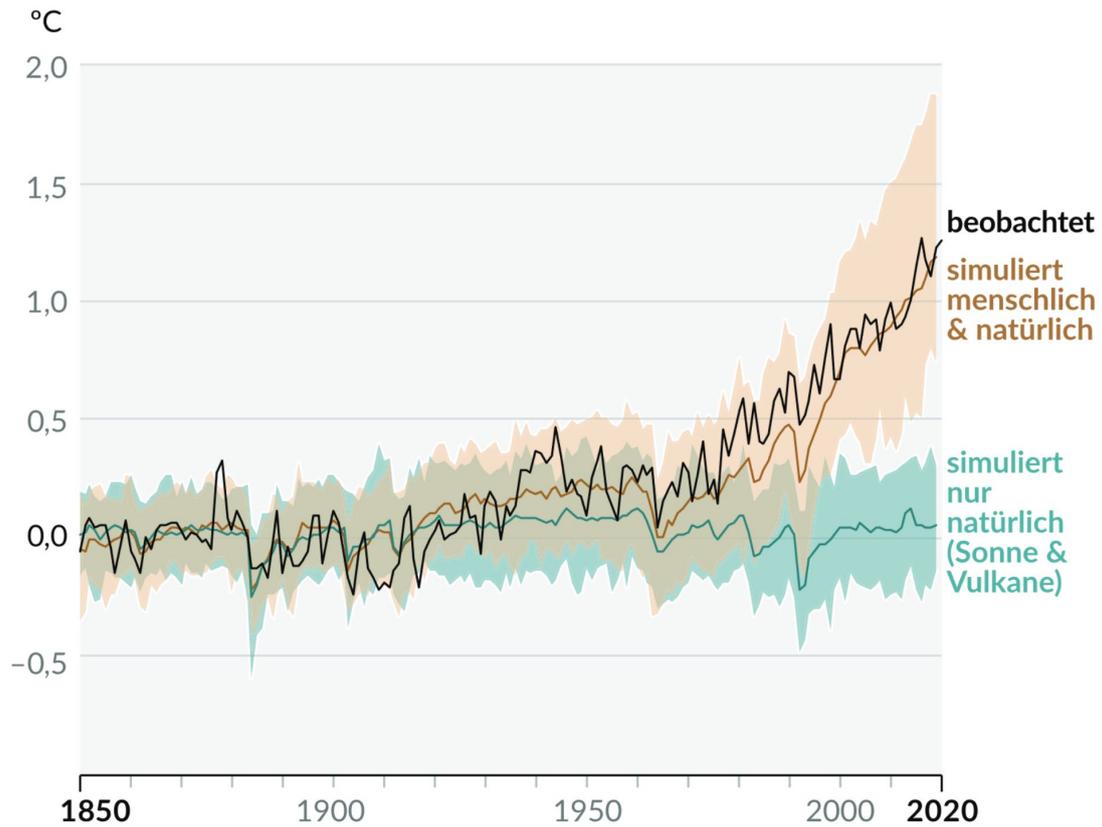


Bildbeschreibung: Es wird die durchschnittliche weltweite Oberflächentemperatur im Juli seit dem Jahr 1940 gezeigt.

Illustrierende Aufgaben zum **LehrplanPLUS G9**

Gymnasium, Fach Mathematik, Jahrgangsstufe 9

M2 Änderung der globalen Oberflächentemperatur (Jahresmittel) wie beobachtet und auf Basis menschlicher & natürlicher beziehungsweise nur natürlicher Faktoren simuliert (jeweils 1850 – 2020)



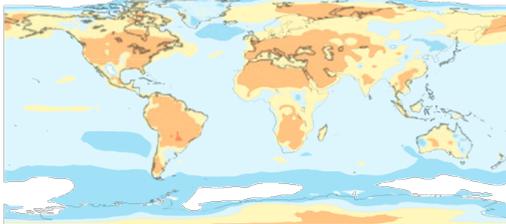
Bildbeschreibung: Änderung der globalen Oberflächentemperatur

Illustrierende Aufgaben zum **LehrplanPLUS G9**

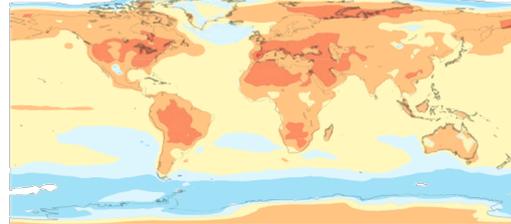
Gymnasium, Fach Mathematik, Jahrgangsstufe 9

M3 Folgen einer Erwärmung um 1,5°C beziehungsweise 2°C

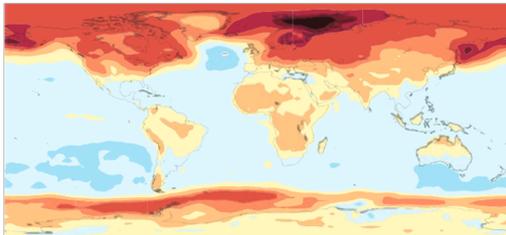
+ 1,5 °C: Änderung der Durchschnittstemperatur der heißesten Tage



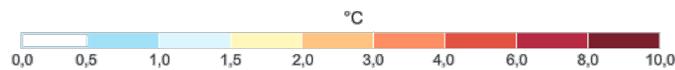
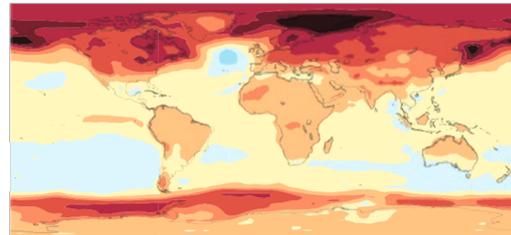
+ 2,0 °C: Änderung der Durchschnittstemperatur der heißesten Tage



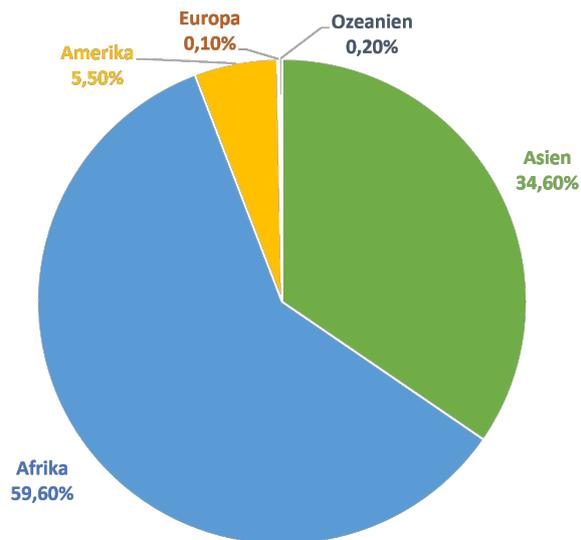
+ 1,5 °C: Änderung der Durchschnittstemperatur der kältesten Nächte



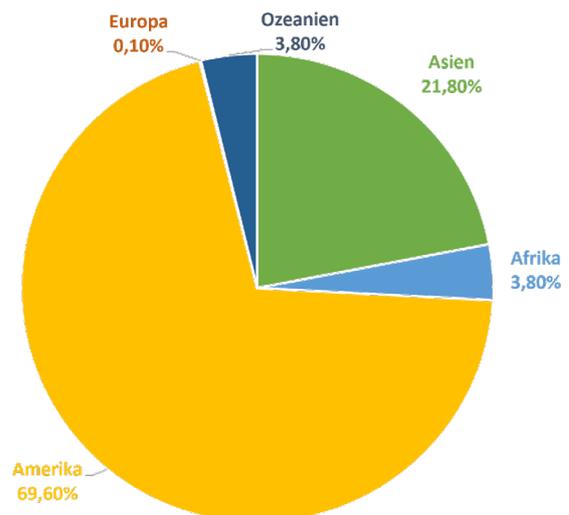
+ 2,0 °C: Änderung der Durchschnittstemperatur der kältesten Nächte



M4 Verteilung der von Naturkatastrophen betroffenen Personen nach Kontinenten im Jahr 2022



M5 Verteilung der größten finanziellen Schäden durch Naturkatastrophen nach Kontinenten im Jahr 2022

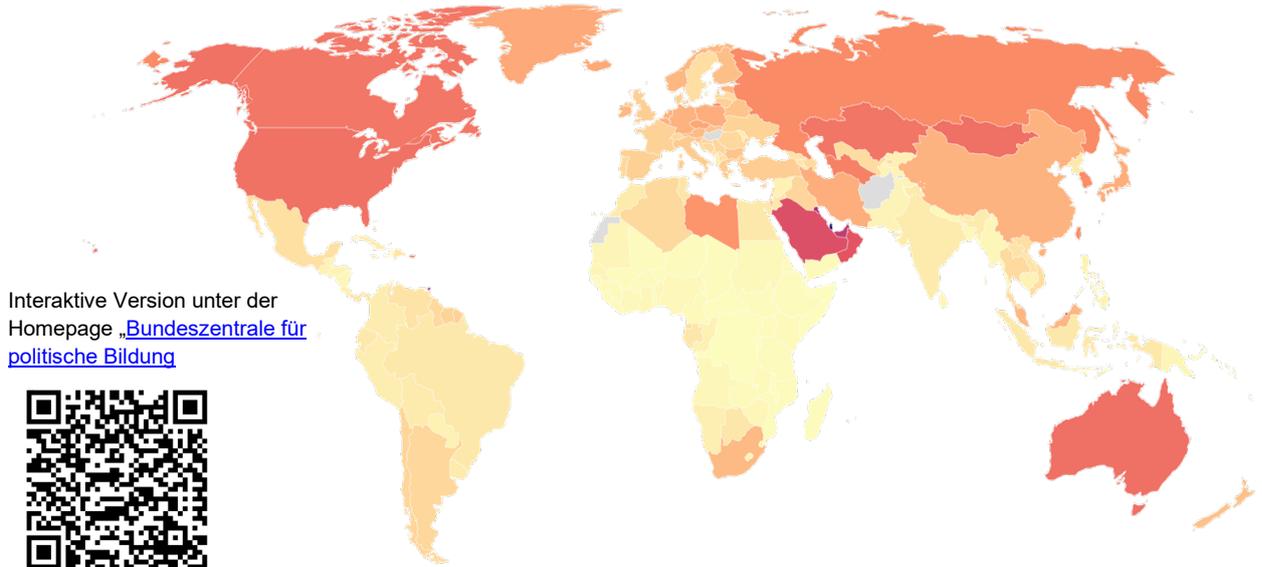


Illustrierende Aufgaben zum **LehrplanPLUS G9**

Gymnasium, Fach Mathematik, Jahrgangsstufe 9

M6 Pro-Kopf-CO₂-Emissionen in Tonnen (2021)

CO₂-Emissionen in t
0,03 35,59



Interaktive Version unter der
Homepage „[Bundeszentrale für
politische Bildung](#)“



M7 Daten und Fakten zur Klimakrise in Deutschland unter der Homepage [Klimadashboard](#).



Illustrierende Aufgaben zum **LehrplanPLUS G9**

Gymnasium, Fach Mathematik, Jahrgangsstufe 9

Hinweise zum Unterricht

Die vorgestellten Aufgaben können im Ganzen oder in Teilen dazu dienen, den konzipierten Unterricht zu unterstützen, eignen sich aber auch zur eigenständigen Erarbeitung der Lerninhalte, wobei die Lehrkraft eine begleitende oder unterstützende Rolle einnimmt.

Quellen- und Literaturangaben

- M1: Durchschnittliche Oberflächentemperatur im Juli 2023, siehe Homepage von [statista](#)**, abgerufen am 05.09.2023
- M2: Änderung der globalen Oberflächentemperatur**
IPCC, 2021: Zusammenfassung für die politische Entscheidungsfindung. In: Naturwissenschaftliche Grundlagen. *Beitrag von Arbeitsgruppe I zum Sechsten Sachstandsbericht des Zwischenstaatlichen Ausschusses für Klimaänderungen* [Masson-Delmotte, V., P. Zhai, A. Pirani, S.L. Connors, C. Péan, S. Berger, N. Caud, Y. Chen, L. Goldfarb, M.I. Gomis, M. Huang, K. Leitzell, E. Lonnoy, J.B.R. Matthews, T.K. Maycock, T. Waterfield, O. Yelekçi, R. Yu, and B. Zhou (eds.)]. In Druck. Deutsche Übersetzung auf Basis der Druckvorlage, Oktober 2021. Deutsche IPCC-Koordinierungsstelle, Bonn; Bundesministerium für Klimaschutz, Umwelt, Energie, Mobilität, Innovation und Technologie, Wien; Akademie der Naturwissenschaften Schweiz SCNAT, ProClim, Bern, Februar 2022
- M3: Folgen einer Erwärmung um 1,5°C beziehungsweise 2°C**
IPCC, 2018: Häufig gestellte Fragen und Antworten. In: *1,5 °C globale Erwärmung. Ein IPCC-Sonderbericht über die Folgen einer globalen Erwärmung um 1,5 °C gegenüber vorindustriellem Niveau und die damit verbundenen globalen Treibhausgasemissionspfade im Zusammenhang mit einer Stärkung der weltweiten Reaktion auf die Bedrohung durch den Klimawandel, nach haltiger Entwicklung und Anstrengungen zur Beseitigung von Armut*. [V. Masson-Delmotte, P. Zhai, H. O. Pörtner, D. Roberts, J. Skea, P. R. Shukla, A. Pirani, W. Moufouma-Okia, C. Péan, R. Pidcock, S. Connors, J. B. R. Matthews, Y. Chen, X. Zhou, M. I. Gomis, E. Lonnoy, T. Maycock, M. Tignor, T. Waterfield (Hrsg.)]. World Meteorological Organization, Genf, Schweiz. Deutsche Übersetzung durch Deutsche IPCC-Koordinierungsstelle, ProClim/SCNAT, Österreichisches Umweltbundesamt, Bonn/Bern/Wien, Mai 2019.
- M4: Verteilung der von Naturkatastrophen betroffenen Personen nach Kontinenten im Jahr 2022**
Eigene Darstellung auf der Grundlagen der Daten von der Homepage von [statista](#)
- M5: Verteilung der größten finanziellen Schäden durch Naturkatastrophen nach Kontinenten im Jahr 2022**
Eigene Darstellung auf der Grundlagen der Daten von der Homepage von [statista](#)



Illustrierende Aufgaben zum **LehrplanPLUS G9**

Gymnasium, Fach Mathematik, Jahrgangsstufe 9

M6: Pro-Kopf-CO₂-Emissionen in Tonnen (2021) von der Homepage [Bundeszentrale für politische Bildung](#)



Mögliche Lösungen

- 1.1 Es ist sinnvoll die Variable so zu wählen, dass sie der Zeit in Jahren nach 1940 entspricht. Die Daten entsprechen in etwa einer quadratischen Entwicklung. Der Scheitel des Funktionsgraphen liegt ungefähr bei $(0|15,6)$. Setzt man diesen Punkt in die allgemeine Funktionsgleichung $f(x) = a(x - b)^2 + c$ ein, so erhält man:

$$\Rightarrow f(x) = a(x - 0)^2 + 15,6$$

Man wählt einen weiteren beliebigen Datenpunkt, der gut auf dem möglichen Verlauf des Graphen liegen könnte, beispielsweise $P(77|16,5)$ und setzt diesen in die Funktionsgleichung ein:

$$16,5 = a \cdot 77^2 + 15,6 \quad | - 15,6$$

$$0,9 = a \cdot 5929 \quad | : 5929$$

$$a = \frac{9}{59290}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{9}{59290} x^2 + 15,6$$

- 1.2 Individuelle Ergebnisse

- 1.3 Das Modell liefert keine Aussagen für Jahre vor 1940, da dies als Scheitelpunkt der Parabel angenommen wurde.

- 1.4 **Hitzefrei in Bayern:** „Eine gesetzliche oder sonstige rechtsverbindliche Regelung, wonach den Schülerinnen und Schülern ab einer bestimmten Temperatur oder unter sonstigen bestimmten Voraussetzungen „hitzefrei“ zu gewähren ist oder gewährt werden kann, existiert nicht. Dies bedeutet jedoch nicht, dass die Gewährung von „hitzefrei“ nicht möglich ist. Vielmehr liegt die Entscheidung hierüber im alleinigen Verantwortungsbereich der Schulleitungen, denen insoweit ein Organisationsermessen zusteht.“ⁱ

Weitere exemplarische Nachteile der heißen Temperaturen:

- Verschiebung der Jahreszeiten → Problem für Pflanzen und Tiereⁱⁱ
- Gesundheitsrisiken durch Hitze für bestimmte Personengruppen (Ältere Menschen und Personen mit chronischen Vorerkrankungen (wie zum Beispiel Herz-Kreislauf-Erkrankungen)), da Hitze den Organismus des Menschen in besonderer Weise beansprucht und zu Problemen des Herz-Kreislaufsystems führen kann.ⁱⁱⁱ
- neue Infektionskrankheiten: Höhere Temperaturen begünstigen langfristig die Umweltbedingungen für bestimmte Mückenarten, die nach Deutschland einwandern und Tropenkrankheiten übertragen können.^{iv}



Illustrierende Aufgaben zum **LehrplanPLUS G9**

Gymnasium, Fach Mathematik, Jahrgangsstufe 9

1.5 Im einleitenden Text findet sich die Info, dass der Juli bei rund 17°C $1,5^{\circ}\text{C}$ wärmer war als die besagte Durchschnittstemperatur, die somit in etwa bei $15,5^{\circ}\text{C}$ liegen könnte.

- In welchem Jahr nach 1940 erreichen die Temperatur im Juli laut unserem Modell 17°C ?

$$\begin{aligned}17 &= \frac{9}{59290}x^2 + 15,6 \quad | - 15,6 \\1,4 &= \frac{9}{59290}x^2 \quad | : \frac{9}{59290} \\x^2 &= \frac{83006}{9} \quad | \sqrt{} \\x &= \pm \frac{77\sqrt{14}}{3} \approx \pm 96\end{aligned}$$

Im Sachzusammenhang ist nur +96 eine sinnvolle Lösung.

Die entspricht dem Jahr $1940 + 96 = 2036$

- In welchem Jahr nach 1940 erreichen die Temperatur im Juli laut unserem Modell $17,5^{\circ}\text{C}$?

$$\begin{aligned}17,5 &= \frac{9}{59290}x^2 + 15,6 \quad | - 15,6 \\1,9 &= \frac{9}{59290}x^2 \quad | : \frac{9}{59290} \\x^2 &= \frac{112651}{9} \quad | \sqrt{} \\x &= \pm \frac{77\sqrt{19}}{3} \approx \pm 112\end{aligned}$$

Im Sachzusammenhang ist nur +112 eine sinnvolle Lösung.

Die entspricht dem Jahr $1940 + 112 = 2052$

1.6 Durch den massiven Ausstoß von Treibhausgasen wird der natürliche Treibhauseffekt verstärkt, was zu einer Erwärmung führt, siehe Link zur Homepage von [wikipedia](#).^v

1.7 Hilfreiche persönliche Maßnahmen, sind all diejenigen, die dabei helfen den Ausstoß von CO_2 zu vermeiden, da dieser direkt den Anstieg der Temperatur beeinflusst.^v Dazu gehören beispielsweise:

- die Nutzung umweltfreundlicher Verkehrsmittel, insbesondere der öffentlichen Verkehrsmittel
- der Einsatz energieeffizienterer Geräte
- eine nachhaltige Ernährung, was bedeutet wenig Fleisch und viele regionale und saisonale Produkte zu essen
- weniger Heizen (nicht nur im T-Shirt im Winter zu Hause herumlaufen, aber dabei die Heizung voll aufgedreht haben, effizient Lüften, Wärmedämmung ...)
- ...



Illustrierende Aufgaben zum LehrplanPLUS G9

Gymnasium, Fach Mathematik, Jahrgangsstufe 9

2.1 Hierfür sprechen verschiedene Gründe:

- Für eine exakte Tagedurchschnittstemperatur bräuchte man ein sehr engmaschiges Messnetz, was technisch nicht möglich ist.
„Um die exakte Temperatur auf der Erde mit all ihren kleinräumigen Unterschieden zu einem bestimmten Zeitpunkt zu messen, müsste man auf jeden Quadratmeter einen Messfühler setzen, im Himalaja ebenso wie in der Antarktis. Allein für die Landfläche bräuchte man dann 150 Billionen Thermometer. Über 70 Prozent der Erdoberfläche sind jedoch von Wasser und (noch) von Eis bedeckt.“^{vi}
- Temperaturveränderungen sind mit wissenschaftlichen Methoden einfacher zu messen als absolute Werte.
„Zur Veranschaulichung: Wer auf dem Gipfel des Mount Everest eine Hütte baut, kann mit einem Zollstock exakt ausmessen, um wie viele Zentimeter der höchste Berg der Welt dadurch "gewachsen" ist, wohingegen die Angabe der absoluten Höhe mit einem viel größeren Fehler behaftet ist, denn der Meeresspiegel schwankt und die Erdkruste schwingt.“, siehe Link zu [quarks](#)^{vi}
- Die Veränderung ist für uns relevanter als eine exakte Temperatur
„Wie sich die Temperaturen in den kommenden Jahrzehnten weiter verändern werden – und mit ihnen die Welt, in der wir leben – ist zudem viel entscheidender als eine bestimmte für die Erde angeblich ideale Temperatur. Schon heute schmelzen Gletscher, verschieben sich Küstenlinien, trocknen fruchtbare Gebiete aus und Menschen, die dort leben, geraten in Not.“, siehe Link zu [quarks](#)^{vi}

2.2 und 2.3 Das Vorgehen gestaltet sich wie in Teilaufgabe 1.1, führt aber nicht zu einem sinnvollen Ergebnis, da es sich bei der Entwicklung um ein exponentielles Wachstum handelt und ein quadratischer Funktionsterm nicht geeignet ist. Mit den Werkzeugen und den Fähigkeiten der 9. Jahrgangsstufe kann die Entwicklung noch nicht wirklich gut beschrieben werden.

3. Zum Weiterdenken: Zu besonders starken Temperaturanstiegen kommt es insbesondere in kälteren Regionen und auf dem Festland. Die Erwärmung der kalten Regionen führt auch zu weniger Schneebedeckung, steigendem Meeresspiegel oder der Gletscherschmelze. Dies sind sogenannte Kippunkte oder Kippelemente, da sie möglicherweise unumkehrbar sind. Sie können durch nur kleine Änderungen ausgelöst werden, aber sehr abrupt eintreten und weitere Folgen nach sich ziehen. Der Anstieg des Meeresspiegels zwingt viele Menschen zur Flucht und gefährdet wiederum die globale Ernährungssicherheit.

Auch werden durch den Temperaturanstieg verschiedene Naturkatastrophen wie Dürren oder Überschwemmungen deutlich wahrscheinlicher. Der hohe finanzielle Schaden in Amerika 2022 geht vor allem auf schwere Stürme zurück: „Finanziell schwerwiegendste Katastrophe des vergangenen Jahres war demnach mit 100 Milliarden Dollar Schaden der Hurrikan "Ian", der Ende September die US-Ostküste traf.“^{vii} Besonders stark (wie sich beispielsweise an Material 4 erkennen lässt) von der Erwärmung sind allerdings Länder des globalen Südens betroffen, beispielsweise in Form von Naturkatastrophen, obwohl diese viel weniger zu den CO₂-Emissionen und damit zur globalen Erwärmung beitragen. „Hinzu kommt, dass die Länder des Globalen Nordens eine historische Verantwortung für den Klimawandel tragen, da der allergrößte Teil der Emissionen, der sich seit der Industrialisierung in der Atmosphäre angesammelt hat, auf ihr Konto geht“.^{viii}



Illustrierende Aufgaben zum **LehrplanPLUS G9**

Gymnasium, Fach Mathematik, Jahrgangsstufe 9

-
- i <https://www.km.bayern.de/eltern/was-tun-bei/rechte-und-pflichten.html>
 - ii <https://www.umweltbundesamt.de/daten/klima/trends-der-lufttemperatur#mildere-herbste-und-winter>
 - iii <https://www.umweltbundesamt.de/daten/umwelt-gesundheit/gesundheitsrisiken-durch-hitze#gesundheitsrisiko-hitze>
 - iv <https://www.br.de/nachrichten/wissen/klima-und-gesundheit-immer-mehr-hitzetote-in-deutschland,SI6CV0m>
 - v https://de.wikipedia.org/wiki/Globale_Erw%C3%A4rmung
 - vi <https://www.quarks.de/umwelt/klimawandel/warum-die-angabe-einer-globalen-durchschnittstemperatur-unsinnig-ist/>
 - vii <https://www.zdf.de/nachrichten/wirtschaft/naturkatastrophen-schaeden-bilanz-2022-100.html>
 - viii <https://www.bpb.de/themen/klimawandel/dossier-klimawandel/515255/klimagerechtigkeit/>